

Teoria sterowania

Zadania domowe (seria II)

Zadanie 1. Rozpatrzmy układ sterowania

$$\frac{d^{(n)}x}{dt^{(n)}} + a_1 \frac{d^{(n-1)}x}{dt^{(n-1)}} + \dots + a_n x = 0, \quad y = x^{(k)}.$$

Dla jakich $k = 0, 1, \dots, n-1$ jest on obserwowalny jako układ na $\mathbb{R}^n = (x, x^{(1)}, \dots, x^{(n-1)})$?

Zadanie 2. Niech $x_0, \tilde{x}_0$ będą różnymi wartościami początkowymi, dla których obserwable y rozwiązań równania

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x, \quad x(0) \in \mathbb{R}^n, \quad y = C(t)x$$

są równe. Czy te obserwable mogą stać się różne, jeśli weźmiemy te same warunki początkowe, ale do prawej strony równania dodamy człon Bu ? Inymi słowy, czy obecność sterowania może nam pomóc w rozróżnieniu stanów początkowych?

Zadanie 3. Niech L_0 będzie przestrzenią liniową gęstą w $L^1[0, T; \mathbb{R}^m]$. Wykaż, że jeśli układ

$$\frac{dy}{dt} = Ay(t) + Bu(t), \quad y(0) = x \in \mathbb{R}^n$$

jest sterowalny dla sterowań z $L^1[0, T; \mathbb{R}^m]$ w czasie T , to dla dowolnych $a, b \in \mathbb{R}^n$ istnieje sterowanie $u(\cdot) \in L_0$ przeprowadzające a na b w czasie T .

Teoria sterowania

Zadania domowe (seria II)

Zadanie 1. Rozpatrzmy układ sterowania

$$\frac{d^{(n)}x}{dt^{(n)}} + a_1 \frac{d^{(n-1)}x}{dt^{(n-1)}} + \dots + a_n x = 0, \quad y = x^{(k)}.$$

Dla jakich $k = 0, 1, \dots, n-1$ jest on obserwowalny jako układ na $\mathbb{R}^n = (x, x^{(1)}, \dots, x^{(n-1)})$?

Zadanie 2. Niech $x_0, \tilde{x}_0$ będą różnymi wartościami początkowymi, dla których obserwable y rozwiązań równania

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x, \quad x(0) \in \mathbb{R}^n, \quad y = C(t)x$$

są równe. Czy te obserwable mogą stać się różne, jeśli weźmiemy te same warunki początkowe, ale do prawej strony równania dodamy człon Bu ? Inymi słowy, czy obecność sterowania może nam pomóc w rozróżnieniu stanów początkowych?

Zadanie 3. Niech L_0 będzie przestrzenią liniową gęstą w $L^1[0, T; \mathbb{R}^m]$. Wykaż, że jeśli układ

$$\frac{dy}{dt} = Ay(t) + Bu(t), \quad y(0) = x \in \mathbb{R}^n$$

jest sterowalny dla sterowań z $L^1[0, T; \mathbb{R}^m]$ w czasie T , to dla dowolnych $a, b \in \mathbb{R}^n$ istnieje sterowanie $u(\cdot) \in L_0$ przeprowadzające a na b w czasie T .