Topologia algebraiczna II

Zadania domowe (seria VI)

Definicja. *Rozmaitością topologiczną wymiaru* n nazywamy przestrzeń topologiczną Hausdorffa M taką, że każdy punkt ma otoczenie otwarte homeomorficzne $\mathbb{R}^n$.

Zadanie 1. Oblicz $H_i(M, M \setminus \{x\}; \mathbb{Z})$ rozmaitości topologicznej M wymiaru n dla wszystkich punktów $x \in M$ oraz $i \geqslant 0$.

Definicja. *Orientacją lokalną* rozmaitości topologicznej M wymiaru n w punkcie $x \in M$ nazywamy wybór generatora (oznaczamy go μ_x) grupy $H_n(M, M \setminus \{x\})$ (współczynniki dowolne ustalone).

Orientacją rozmaitości topologicznej M wymiaru n nazywamy funkcję $x \to \mu_x$ przypisującą punktom $x \in M$ lokalną orientację $\mu_x \in H_n(M, M \setminus \{x\})$ spełniającą następujący warunek lokalnej zgodności. Dla każdego $x \in M$ istnieje jego otoczenie $\mathbb{R}^n \subset M$ zawierające otwartą kulę B (w metryce $\mathbb{R}^n$) o skończonym promieniu i środku w x taką, że wszystkie lokalne orientacje μ_y punktów $y \in B$ są obrazami jednego generatora μ_B grupy $H_n(M, M \setminus B)$ dla kanonicznych przekształceń $H_n(M, M \setminus B) \to H_n(M, M \setminus \{y\})$.

Jeśli na M istnieje orientacja, nazywamy M *orientowalną*.

Zadanie 2. Które z następujących rozmaitości, $S^n, \mathbb{RP}^n$, wstęga Mobiusa, butelka Kleina, są orientowalne?

Zadanie 3. Wykaż, że każda rozmaitość topologiczna posiada orientowalne nakrycie stopnia 2.

Topologia algebraiczna II

Zadania domowe (seria VI)

Definicja. *Rozmaitością topologiczną wymiaru* n nazywamy przestrzeń topologiczną Hausdorffa M taką, że każdy punkt ma otoczenie otwarte homeomorficzne $\mathbb{R}^n$.

Zadanie 1. Oblicz $H_i(M, M \setminus \{x\}; \mathbb{Z})$ rozmaitości topologicznej M wymiaru n dla wszystkich punktów $x \in M$ oraz $i \geqslant 0$.

Definicja. *Orientacją lokalną* rozmaitości topologicznej M wymiaru n w punkcie $x \in M$ nazywamy wybór generatora (oznaczamy go μ_x) grupy $H_n(M, M \setminus \{x\})$ (współczynniki dowolne ustalone).

Orientacją rozmaitości topologicznej M wymiaru n nazywamy funkcję $x \to \mu_x$ przypisującą punktom $x \in M$ lokalną orientację $\mu_x \in H_n(M, M \setminus \{x\})$ spełniającą następujący warunek lokalnej zgodności. Dla każdego $x \in M$ istnieje jego otoczenie $\mathbb{R}^n \subset M$ zawierające otwartą kulę B (w metryce $\mathbb{R}^n$) o skończonym promieniu i środku w x taką, że wszystkie lokalne orientacje μ_y punktów $y \in B$ są obrazami jednego generatora μ_B grupy $H_n(M, M \setminus B)$ dla kanonicznych przekształceń $H_n(M, M \setminus B) \to H_n(M, M \setminus \{y\})$.

Jeśli na M istnieje orientacja, nazywamy M *orientowalną*.

Zadanie 2. Które z następujących rozmaitości, $S^n, \mathbb{RP}^n$, wstęga Mobiusa, butelka Kleina, są orientowalne?

Zadanie 3. Wykaż, że każda rozmaitość topologiczna posiada orientowalne nakrycie stopnia 2.