Topologia algebraiczna II

Zadania domowe (seria V)

Zadanie 1. Wykaż, że dowolne przekształcenie $\mathbb{RP}^n \to \mathbb{RP}^m, n > m$, indukuje trywialne przekształcenie na pierwszych kohomologiach. Wykaż, że dla każdego przekształcenia $f\colon S^n \to \mathbb{R}^n$ istnieje x taki, że $f(x) = f(-x)$.

Zadanie 2. Wykaż, że $\mathbb{RP}^3$ nie jest homotopijnie równoważne $\mathbb{RP}^2 \vee S^3$.

Zadanie 3. Wykaż, że jeśli przestrzeń topologiczna jest sumą dwóch ściągalnych zbiorów otwartych, to wszystkie cup–produkty dodatnich klas kohomologii są zerowe.

Zadanie 4. Wykaż, że odwzorowanie brzegu 4–komórki w $\mathbb{CP}^2$ jest przekształceniem Hopfa. Wykaż, że odwzorowanie Hopfa nie jest ściągalne.

Zadanie 5. Znajdź strukturę algebry z dzieleniem nad $\mathbb{R}$ na $\mathbb{R}^2$ oraz $\mathbb{R}^4$.

Zadanie 6. Wykaż, że jeśli na $\mathbb{R}^n$ istnieje struktura algebry z dzieleniem nad $\mathbb{R}$, to n jest potęgą dwójki.

Topologia algebraiczna II

Zadania domowe (seria V)

Zadanie 1. Wykaż, że dowolne przekształcenie $\mathbb{RP}^n \to \mathbb{RP}^m, n > m$, indukuje trywialne przekształcenie na pierwszych kohomologiach. Wykaż, że dla każdego przekształcenia $f\colon S^n \to \mathbb{R}^n$ istnieje x taki, że $f(x) = f(-x)$.

Zadanie 2. Wykaż, że $\mathbb{RP}^3$ nie jest homotopijnie równoważne $\mathbb{RP}^2 \vee S^3$.

Zadanie 3. Wykaż, że jeśli przestrzeń topologiczna jest sumą dwóch ściągalnych zbiorów otwartych, to wszystkie cup–produkty dodatnich klas kohomologii są zerowe.

Zadanie 4. Wykaż, że odwzorowanie brzegu 4–komórki w $\mathbb{CP}^2$ jest przekształceniem Hopfa. Wykaż, że odwzorowanie Hopfa nie jest ściągalne.

Zadanie 5. Znajdź strukturę algebry z dzieleniem nad $\mathbb{R}$ na $\mathbb{R}^2$ oraz $\mathbb{R}^4$.

Zadanie 6. Wykaż, że jeśli na $\mathbb{R}^n$ istnieje struktura algebry z dzieleniem nad $\mathbb{R}$, to n jest potęgą dwójki.

Topologia algebraiczna II

Zadania domowe (seria V)

Zadanie 1. Wykaż, że dowolne przekształcenie $\mathbb{RP}^n \to \mathbb{RP}^m, n > m$, indukuje trywialne przekształcenie na pierwszych kohomologiach. Wykaż, że dla każdego przekształcenia $f\colon S^n \to \mathbb{R}^n$ istnieje x taki, że $f(x) = f(-x)$.

Zadanie 2. Wykaż, że $\mathbb{RP}^3$ nie jest homotopijnie równoważne $\mathbb{RP}^2 \vee S^3$.

Zadanie 3. Wykaż, że jeśli przestrzeń topologiczna jest sumą dwóch ściągalnych zbiorów otwartych, to wszystkie cup–produkty dodatnich klas kohomologii są zerowe.

Zadanie 4. Wykaż, że odwzorowanie brzegu 4–komórki w $\mathbb{CP}^2$ jest przekształceniem Hopfa. Wykaż, że odwzorowanie Hopfa nie jest ściągalne.

Zadanie 5. Znajdź strukturę algebry z dzieleniem nad $\mathbb{R}$ na $\mathbb{R}^2$ oraz $\mathbb{R}^4$.

Zadanie 6. Wykaż, że jeśli na $\mathbb{R}^n$ istnieje struktura algebry z dzieleniem nad $\mathbb{R}$, to n jest potęgą dwójki.

Topologia algebraiczna II

Zadania domowe (seria V)

Zadanie 1. Wykaż, że dowolne przekształcenie $\mathbb{RP}^n \to \mathbb{RP}^m, n > m$, indukuje trywialne przekształcenie na pierwszych kohomologiach. Wykaż, że dla każdego przekształcenia $f\colon S^n \to \mathbb{R}^n$ istnieje x taki, że $f(x) = f(-x)$.

Zadanie 2. Wykaż, że $\mathbb{RP}^3$ nie jest homotopijnie równoważne $\mathbb{RP}^2 \vee S^3$.

Zadanie 3. Wykaż, że jeśli przestrzeń topologiczna jest sumą dwóch ściągalnych zbiorów otwartych, to wszystkie cup–produkty dodatnich klas kohomologii są zerowe.

Zadanie 4. Wykaż, że odwzorowanie brzegu 4–komórki w $\mathbb{CP}^2$ jest przekształceniem Hopfa. Wykaż, że odwzorowanie Hopfa nie jest ściągalne.

Zadanie 5. Znajdź strukturę algebry z dzieleniem nad $\mathbb{R}$ na $\mathbb{R}^2$ oraz $\mathbb{R}^4$.

Zadanie 6. Wykaż, że jeśli na $\mathbb{R}^n$ istnieje struktura algebry z dzieleniem nad $\mathbb{R}$, to n jest potęgą dwójki.