Geometryczna teoria grup
Wymagania na egzamin pisemny 9 czerwca 10-13

Uwaga. We wszystkich dowodach nie obowiązują elementy zrobione w formie zadań na ćwiczeniach.

1. Definicja produktu wolnego. Dowód twierdzenia, że podgrupa grupy wolnej jest wolna. Twierdzenia Gruško i Kuroša z dowodami.

2. Definicja rozkładu w produkt wolny z amalgamacją, odpowiadającego mu drzewa Bassa–Serre'a. Sformułowanie twierdzenia Serre'a o grupach bez własności (FA). Definicja grafu grup i jego grupy podstawowej.

3. Definicja grafu Cayleya. Definicja płaszczyzny hiperbolicznej. Klasyfikacja izometrii. Dowód twierdzenia Gaussa–Bonneta. Opis działania grupy $PSL(2, \mathbf{Z})$ na drzewie. Wyprowadzenie nierówności izoperymetrycznej dla parkietażu ośmiokątami.

4. Definicja algorytmu Dehna i zastosowanie do rozwiązywania problemu słów. Dowód poprawności działania dla grupy podstawowej zamkniętej orientowalnej powierzchni genusu 2. Definicja problemu sprzężoności.

5. Definicje warunków małych skreśleń. Dowód twierdzenia, że dla grup $C'(\frac{1}{6})$ algorytm Dehna działa poprawnie.

6. Definicja spełniania własności P z przytłaczającym prawdopodobieństwem w modelu gęstościowym Gromowa. Sformułowanie podstawowego lematu o zbiorach losowych. Sformułowanie twierdzenia Gromowa o grupach o gęstości poniżej i powyżej $\frac{1}{2}$.

7. Definicja grupy hiperbolicznej. Definicja produktu Gromowa. Dowód poprawności działania algorytmu Dehna dla odpowiedniej prezentacji grupy hiperbolicznej. Definicja funkcji izoperymetrycznej. Definicja kompleksu Ripsa.

8. Definicja quasi-izometrii. Definicja działania geometrycznego. Stwierdzenie Milnora–Švarca z dowodem. Dowód stabilności quasi-geodezyjnych w przestrzeniach hiperbolicznych.

9. Definicja brzegu Gromowa i metryki na brzegu. Dowód indukowania przez quasi-izometryczne włożenie Hölderowskiego odzworowania brzegów. Sformułowanie alternatywy Titsa dla grup hiperbolicznych.

10. Definicja przestrzeni końców przestrzeni topologicznej i grupy. Dowód indukowania przez quasi-izometrie homeomorfizmu przestrzeni końców. Dowód faktu, że skończenie generowana grupa może mieć $0, 1, 2$ lub ∞–wiele końców.

11. Sformułowania twierdzeń Stallingsa i Dunwoody'ego. Dowód twierdzenia Stallingsa dla grup skończenie prezentowalnych.

12. Sformułowanie twierdzenia Gromowa o grupach o wzroście wielomianowym. Definicja stożka asymptotycznego. Dowód lokalnej zwartości i skończonej wymiarowości odpowiedniego stożka dla grup o wzroście wielomianowym.