

Geometryczna teoria grup
Kolokwium I, 30 marca 2010

Zadanie 1. Wykaż, że beztorsyjna 2-generowana grupa przedstawiająca się nietrywialnie jako produkt wolny jest grupą wolną.

Zadanie 2. Narysuj graf Cayleya grupy $G = \langle s, t \mid s^4 = t^2 = (st)^4 = 1 \rangle$. Czy G ma własność (FA)?

Zadanie 3. Niech T będzie drzewem symplecjajalnym, a g i h hiperbolicznymi izometriami T . Wykaż, że jeśli osie g i h są rozłączne, to izometria $g \circ h$ jest również hiperboliczna.

Zadanie 4. (i) Zrealizuj grupę o prezentacji

$$G = \langle s, t, r \mid s^2 = r^2 = t^2 = (sr)^2 = (rt)^4 = (st)^6 = 1 \rangle$$

jako podgrupę izometrii $\mathbf{H}^2$.

(ii) Oblicz pole powierzchni ilorazu $D = \mathbf{H}^2/G$.

(iii) Niech P będzie jednospójnym wielokątem, będącym sumą kopii D , w odpowiednim parkietażu $\mathbf{H}^2$. Oszacuj liczbę kopii D w P przez liczbę krawędzi na obwodzie P .

Zadanie 5 (*nieobowiązkowe). Podaj przykład nietrywialnego działania grupy na drzewie symplecjajalnym przez eliptyczne izometrie.