

Geometria Różniczkowa I

Zadania domowe (seria VII)

Zadanie 1. Oblicz w zależności od parametru a pierwszą formę podstawową, wektor normalny, drugą formę podstawową, krzywiznę Gaussa i krzywiznę średnią każdego punktu paraboloidy eliptycznej o równaniu $z = x^2 + ay^2$. W punkcie $(0, 0, 0)$ wyznacz krzywizny główne.

Zadanie 2. Oznaczmy przez G i B macierze pierwszej i drugiej formy podstawowej powierzchni. Przypominamy, że krzywizny główne κ spełniają równanie $\det(B - \kappa G) = 0$ oraz krzywizna Gaussa K jest zadana jako $\det G^{-1}B$, natomiast krzywizna średnia H jako $\text{tr } G^{-1}B$. Wykaż, że krzywizny główne κ spełniają równanie

$$\kappa^2 - 2H\kappa + K = 0.$$

Zadanie 3. (** do oddania na kartkach) Udowodnij, że jeśli spójna powierzchnia w R^3 składa się z punktów sferycznych (obie krzywizny główne są takie same), to krzywizna Gaussa nie zależy od punktu powierzchni.

Geometria Różniczkowa I

Zadania domowe (seria VII)

Zadanie 1. Oblicz w zależności od parametru a pierwszą formę podstawową, wektor normalny, drugą formę podstawową, krzywiznę Gaussa i krzywiznę średnią każdego punktu paraboloidy eliptycznej o równaniu $z = x^2 + ay^2$. W punkcie $(0, 0, 0)$ wyznacz krzywizny główne.

Zadanie 2. Oznaczmy przez G i B macierze pierwszej i drugiej formy podstawowej powierzchni. Przypominamy, że krzywizny główne κ spełniają równanie $\det(B - \kappa G) = 0$ oraz krzywizna Gaussa K jest zadana jako $\det G^{-1}B$, natomiast krzywizna średnia H jako $\text{tr } G^{-1}B$. Wykaż, że krzywizny główne κ spełniają równanie

$$\kappa^2 - 2H\kappa + K = 0.$$

Zadanie 3. (** do oddania na kartkach) Udowodnij, że jeśli spójna powierzchnia w R^3 składa się z punktów sferycznych (obie krzywizny główne są takie same), to krzywizna Gaussa nie zależy od punktu powierzchni.

Geometria Różniczkowa I

Zadania domowe (seria VII)

Zadanie 1. Oblicz w zależności od parametru a pierwszą formę podstawową, wektor normalny, drugą formę podstawową, krzywiznę Gaussa i krzywiznę średnią każdego punktu paraboloidy eliptycznej o równaniu $z = x^2 + ay^2$. W punkcie $(0, 0, 0)$ wyznacz krzywizny główne.

Zadanie 2. Oznaczmy przez G i B macierze pierwszej i drugiej formy podstawowej powierzchni. Przypominamy, że krzywizny główne κ spełniają równanie $\det(B - \kappa G) = 0$ oraz krzywizna Gaussa K jest zadana jako $\det G^{-1}B$, natomiast krzywizna średnia H jako $\text{tr } G^{-1}B$. Wykaż, że krzywizny główne κ spełniają równanie

$$\kappa^2 - 2H\kappa + K = 0.$$

Zadanie 3. (** do oddania na kartkach) Udowodnij, że jeśli spójna powierzchnia w R^3 składa się z punktów sferycznych (obie krzywizny główne są takie same), to krzywizna Gaussa nie zależy od punktu powierzchni.