

Układy dynamiczne

Zadania domowe (seria IV)

Zadanie 1. Niech X będzie zwartą przestrzenią metryczną, a $f: X \rightarrow X$ minimalnym homeomorfizmem (tzn. takim, że każda orbita f jest gęsta w X). Jeśli $g: X \rightarrow \mathbb{R}$ jest ciągłą funkcją, to następujące warunki są równoważne:

1. Istnieje ciągła funkcja $\phi: X \rightarrow \mathbb{R}$ taka, że

$$\phi \circ f - \phi = g;$$

2. Istnieje $x_0 \in X$ takie, że

$$\sup_{n \in \mathbb{N}} \left| \sum_{i=0}^n g(f^i(x_0)) \right| < \infty.$$

Zadanie 2. Wykaż, że dla przekształcenia torusa zadanego macierzą

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

zbiór punktów okresowych jest gęsty w torusie.