

Teoria sterowania

Zadania domowe (seria III)

Zadanie 1. Co można powiedzieć o równaniach Eulera-Lagrange'a dla funkcjonałów postaci:

$$\int_0^1 x' dt, \int_0^1 x x' dt, \int_0^1 (x + tx') dt?$$

Zadanie 2. Rozpatrzmy prostą k dzielącą płaszczyznę α na dwie półpłaszczyzny. Przypuśćmy, że cząstka porusza się z różnymi prędkościami v_1, v_2 na każdej z tych półpłaszczyzn. Dane są dwa punkty po przeciwnych stronach prostej k . Szukamy najszybszej drogi dla cząstki poruszającej się od pierwszego do drugiego punktu. Jasne jest, że w obrębie pojedynczego ośrodka tor ruchu będzie linią prostą, natomiast na prostej k nastąpi załamanie. Niech β_1, β_2 oznaczają kąty utworzone przez kierunki ruchu cząstki w odpowiednich ośrodkach z prostą prostopadłą do α . Znajdź wzór wiążący $v_1, v_2, \sin \beta_1, \sin \beta_2$.

Zadanie 3. Niech S^2 będzie dwuwymiarową sferą oraz N jej północnym biegunem. Pokazać, że krzywa minimalizująca odległość (na sferze) między N a dowolnym innym punktem $P \in S^2$ jest odcinkiem koła wielkiego przechodzącego przez P i N .

Teoria sterowania

Zadania domowe (seria III)

Zadanie 1. Co można powiedzieć o równaniach Eulera-Lagrange'a dla funkcjonałów postaci:

$$\int_0^1 x' dt, \int_0^1 x x' dt, \int_0^1 (x + tx') dt?$$

Zadanie 2. Rozpatrzmy prostą k dzielącą płaszczyznę α na dwie półpłaszczyzny. Przypuśćmy, że cząstka porusza się z różnymi prędkościami v_1, v_2 na każdej z tych półpłaszczyzn. Dane są dwa punkty po przeciwnych stronach prostej k . Szukamy najszybszej drogi dla cząstki poruszającej się od pierwszego do drugiego punktu. Jasne jest, że w obrębie pojedynczego ośrodka tor ruchu będzie linią prostą, natomiast na prostej k nastąpi załamanie. Niech β_1, β_2 oznaczają kąty utworzone przez kierunki ruchu cząstki w odpowiednich ośrodkach z prostą prostopadłą do α . Znajdź wzór wiążący $v_1, v_2, \sin \beta_1, \sin \beta_2$.

Zadanie 3. Niech S^2 będzie dwuwymiarową sferą oraz N jej północnym biegunem. Pokazać, że krzywa minimalizująca odległość (na sferze) między N a dowolnym innym punktem $P \in S^2$ jest odcinkiem koła wielkiego przechodzącego przez P i N .

Teoria sterowania

Zadania domowe (seria III)

Zadanie 1. Co można powiedzieć o równaniach Eulera-Lagrange'a dla funkcjonałów postaci:

$$\int_0^1 x' dt, \int_0^1 x x' dt, \int_0^1 (x + tx') dt?$$

Zadanie 2. Rozpatrzmy prostą k dzielącą płaszczyznę α na dwie półpłaszczyzny. Przypuśćmy, że cząstka porusza się z różnymi prędkościami v_1, v_2 na każdej z tych półpłaszczyzn. Dane są dwa punkty po przeciwnych stronach prostej k . Szukamy najszybszej drogi dla cząstki poruszającej się od pierwszego do drugiego punktu. Jasne jest, że w obrębie pojedynczego ośrodka tor ruchu będzie linią prostą, natomiast na prostej k nastąpi załamanie. Niech β_1, β_2 oznaczają kąty utworzone przez kierunki ruchu cząstki w odpowiednich ośrodkach z prostą prostopadłą do α . Znajdź wzór wiążący $v_1, v_2, \sin \beta_1, \sin \beta_2$.

Zadanie 3. Niech S^2 będzie dwuwymiarową sferą oraz N jej północnym biegunem. Pokazać, że krzywa minimalizująca odległość (na sferze) między N a dowolnym innym punktem $P \in S^2$ jest odcinkiem koła wielkiego przechodzącego przez P i N .