

Teoria sterowania

Zadania domowe (seria I)

Zadanie 1. Zbadaj sterowalność układu

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m$$

dla następujących macierzy:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Czy coś się zmieni, jeśli czwarty wiersz macierzy A zastąpimy przez $(0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0)$?

Zadanie 2. Niech $A \in \mathbf{M}(n, n)$, $B \in \mathbf{M}(n, m)$. Wykaż, że układ

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = Ay + Bu, \quad y(0) \in \mathbb{R}^n, \quad \frac{dy}{dt}(0) \in \mathbb{R}^n,$$

jest sterowalny w \mathbb{R}^{2n} wtedy i tylko wtedy, kiedy para (A, B) jest sterowalna.

Zadanie 3. Rozpatrzmy następujący układ sterowania

$$\begin{cases} \dot{x}^0 = x^1, \\ \dot{x}^1 = u, \end{cases} \quad u, x^0, x^1 \in \mathbb{R}.$$

Znajdź sterowanie u przeprowadzające punkt (p^0, p^1) do (q^0, q^1) takie, że $u: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ dla pewnego $T \in \mathbb{R}$ oraz $|u| \equiv 1$. Czy T można wybrać dowolnie?

Teoria sterowania

Zadania domowe (seria I)

Zadanie 1. Zbadaj sterowalność układu

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m$$

dla następujących macierzy:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Czy coś się zmieni, jeśli czwarty wiersz macierzy A zastąpimy przez $(0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0)$?

Zadanie 2. Niech $A \in \mathbf{M}(n, n)$, $B \in \mathbf{M}(n, m)$. Wykaż, że układ

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = Ay + Bu, \quad y(0) \in \mathbb{R}^n, \quad \frac{dy}{dt}(0) \in \mathbb{R}^n,$$

jest sterowalny w \mathbb{R}^{2n} wtedy i tylko wtedy, kiedy para (A, B) jest sterowalna.

Zadanie 3. Rozpatrzmy następujący układ sterowania

$$\begin{cases} \dot{x}^0 = x^1, \\ \dot{x}^1 = u, \end{cases} \quad u, x^0, x^1 \in \mathbb{R}.$$

Znajdź sterowanie u przeprowadzające punkt (p^0, p^1) do (q^0, q^1) takie, że $u: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ dla pewnego $T \in \mathbb{R}$ oraz $|u| \equiv 1$. Czy T można wybrać dowolnie?