

Teoria sterowania

Kolokwium poprawkowe

Zadanie 1. Znajdź ekstremalę (rozwiązanie równań Eulera–Lagrange’a) o zadanych warunkach brzegowych dla następującego funkcjonału

$$\int_0^1 (2tx - (x')^2 + 3x'x^2)dt, \quad x(0) = 0, \quad x(1) = -1.$$

Czy ta ekstremala minimalizuje funkcjonał?

Zadanie 2. Dane jest równanie drugiego rzędu

$$\ddot{x} - \dot{x} = u, \quad x \in \mathbb{R}, \quad |u| \leq 1.$$

Rozwiąż problem czasoptymalnego sterowania do punktu $(x, \dot{x}) = (0, 0)$.

- (i) Podaj równania fragmentów trajektorii optymalnych,
- (ii) Podaj liczbę zmian sterowania i ich miejsce geometryczne,
- (iii) Znajdź obszar, z którego $(x, \dot{x}) = (0, 0)$ jest osiągalny,
- (iv) Naszkicuj rysunek.

Zadanie 3. Korzystając z ZMP wyznacz optymalną trajektorię dla następującego problemu:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 + u \end{cases} \quad u \in \mathbb{R},$$
$$x(0) = (3 - e, 0), \quad x(1) = (0, 0),$$
$$\frac{1}{2} \int_0^1 u^2 dt \rightarrow \min.$$