

# Topologia algebraiczna II

## Zadania domowe (seria VII)

**Zadanie 1.** Wykaż, że  $M \times N$  jest orientowalna wtw kiedy zarówno  $M$  jak i  $N$  jest orientowalna.

W dalszej części zadań wszystkie występujące rozmaitości są zwarte, zorientowane i bez brzegu.

**Zadanie 2.** Niech  $f: M \rightarrow N$  będzie przekształceniem między dwoma rozmaitościami wymiaru  $n$ . Niech  $d$  spełnia  $f_*[M] = d[N]$ . Wykaż, że  $d$  jest stopniem przekształcenia zdefiniowanym w ubiegłym semestrze. Wykaż, że dla każdej rozmaitości  $M$  wymiaru  $n$  istnieje przekształcenie  $f: M \rightarrow S^n$  stopnia 1.

**Zadanie 3.** Wykaż, że dla przekształcenie stopnia 1 indukuje przekształcenie suriektywne na grupie podstawowej (a więc również na  $H_1$ ).

**Zadanie 4.** Wykaż, że jeśli  $M_g$  oznacza powierzchnię genusu  $g$ , to istnieje przekształcenie  $M_g \rightarrow M_h$  stopnia 1 wtw kiedy  $g \geq h$ .

# Topologia algebraiczna II

## Zadania domowe (seria VII)

**Zadanie 1.** Wykaż, że  $M \times N$  jest orientowalna wtw kiedy zarówno  $M$  jak i  $N$  jest orientowalna.

W dalszej części zadań wszystkie występujące rozmaitości są zwarte, zorientowane i bez brzegu.

**Zadanie 2.** Niech  $f: M \rightarrow N$  będzie przekształceniem między dwoma rozmaitościami wymiaru  $n$ . Niech  $d$  spełnia  $f_*[M] = d[N]$ . Wykaż, że  $d$  jest stopniem przekształcenia zdefiniowanym w ubiegłym semestrze. Wykaż, że dla każdej rozmaitości  $M$  wymiaru  $n$  istnieje przekształcenie  $f: M \rightarrow S^n$  stopnia 1.

**Zadanie 3.** Wykaż, że dla przekształcenie stopnia 1 indukuje przekształcenie suriektywne na grupie podstawowej (a więc również na  $H_1$ ).

**Zadanie 4.** Wykaż, że jeśli  $M_g$  oznacza powierzchnię genusu  $g$ , to istnieje przekształcenie  $M_g \rightarrow M_h$  stopnia 1 wtw kiedy  $g \geq h$ .