Topologia algebraiczna II

Zadania domowe (seria X)

Zadanie 1. Wykaż, że następujące przestrzenie są homotopijnie równoważne: $GL(n,\mathbb{R}) \sim O(n)$, $SO(3) \sim \mathbb{R}P^3$, $SU(2) \sim S^3$.

Zadanie 2. Wykaż, że dla $n \geqslant 1$ zachodzi $\pi_n(\Omega X) = \pi_{n+1}(X)$, gdzie ΩX jest przestrzenią pętli w X zaczepionych w punkcie bazowym.

Zadanie 3. Używając grup homotopii wykaż, że nie istnieje retrakcja $\mathbb{R}P^n \to \mathbb{R}P^k$ dla $n > k > 0$.

Zadanie 4. Zbadaj dla jakich n działanie $\pi_1(\mathbb{R}P^n)$ jest trywialne na $\pi_n(\mathbb{R}P^n)$.

Zadanie 5. Niech $\langle \cdot, \cdot \rangle$ oznacza klasy homotopii przekształceń zachowujących punkt bazowy. Wyznacz $\langle \mathbb{R}P^n, S^n \rangle$, $\langle S^n, \mathbb{R}P^n \rangle$. Wykaż, że $\langle \mathbb{C}P^2, S^2 \rangle = \pi_4(S^2)$.

Topologia algebraiczna II

Zadania domowe (seria X)

Zadanie 1. Wykaż, że następujące przestrzenie są homotopijnie równoważne: $GL(n,\mathbb{R}) \sim O(n)$, $SO(3) \sim \mathbb{R}P^3$, $SU(2) \sim S^3$.

Zadanie 2. Wykaż, że dla $n \geqslant 1$ zachodzi $\pi_n(\Omega X) = \pi_{n+1}(X)$, gdzie ΩX jest przestrzenią pętli w X zaczepionych w punkcie bazowym.

Zadanie 3. Używając grup homotopii wykaż, że nie istnieje retrakcja $\mathbb{R}P^n \to \mathbb{R}P^k$ dla $n > k > 0$.

Zadanie 4. Zbadaj dla jakich n działanie $\pi_1(\mathbb{R}P^n)$ jest trywialne na $\pi_n(\mathbb{R}P^n)$.

Zadanie 5. Niech $\langle \cdot, \cdot \rangle$ oznacza klasy homotopii przekształceń zachowujących punkt bazowy. Wyznacz $\langle \mathbb{R}P^n, S^n \rangle$, $\langle S^n, \mathbb{R}P^n \rangle$. Wykaż, że $\langle \mathbb{C}P^2, S^2 \rangle = \pi_4(S^2)$.

Topologia algebraiczna II

Zadania domowe (seria X)

Zadanie 1. Wykaż, że następujące przestrzenie są homotopijnie równoważne: $GL(n,\mathbb{R}) \sim O(n)$, $SO(3) \sim \mathbb{R}P^3$, $SU(2) \sim S^3$.

Zadanie 2. Wykaż, że dla $n \geqslant 1$ zachodzi $\pi_n(\Omega X) = \pi_{n+1}(X)$, gdzie ΩX jest przestrzenią pętli w X zaczepionych w punkcie bazowym.

Zadanie 3. Używając grup homotopii wykaż, że nie istnieje retrakcja $\mathbb{R}P^n \to \mathbb{R}P^k$ dla $n > k > 0$.

Zadanie 4. Zbadaj dla jakich n działanie $\pi_1(\mathbb{R}P^n)$ jest trywialne na $\pi_n(\mathbb{R}P^n)$.

Zadanie 5. Niech $\langle \cdot, \cdot \rangle$ oznacza klasy homotopii przekształceń zachowujących punkt bazowy. Wyznacz $\langle \mathbb{R}P^n, S^n \rangle$, $\langle S^n, \mathbb{R}P^n \rangle$. Wykaż, że $\langle \mathbb{C}P^2, S^2 \rangle = \pi_4(S^2)$.