

## Geometryczna teoria grup Kolokwium II

**Zadanie 1.** Znajdź  $Ends(X)$  dla  $X$  jak na rysunku.

**Zadanie 2.** Wykaż, że geodezyjna przestrzeń metryczna  $X$  jest hiperboliczna w sensie Gromowa wtedy i tylko wtedy kiedy istnieje stała  $c$  taka, że dla każdego geodezyjnego trójkąta  $xyz$  istnieją punkty  $v \in xy, u \in yz, w \in xz$  parami w odległości co najwyżej  $c$ .

**Zadanie 3.** Wykaż, że drzewo o wszystkich wierzchołkach stopnia 3 nie jest quasi-izometryczne z drzewem o wszystkich wierzchołkach stopnia  $\mathbf{N}$ .

**Zadanie 4.** Niech  $G$  będzie grupą podstawową zamkniętej powierzchni genusu 2. Wykaż, że wzrost  $G$  jest wykładniczy.

**Zadanie 5** (dodatkowe). Niech  $G$  i  $H$  będą grupami hiperbolicznymi w sensie Gromowa. Wykaż, że  $G * H$  jest hiperboliczna w sensie Gromowa.