

Geometria Różniczkowa I

Zadania domowe (seria III)

Zadanie 1. Wykaż, że

$$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1.$$

Zadanie 2. Czy zbiór $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 = 2z, y^2 = z\}$ jest zawarty w pewnej płaszczyźnie?

Zadanie 3. Wykaż, że wszystkie proste styczne do krzywej C są równoległe do pewnej płaszczyzny wtedy i tylko wtedy, gdy krzywa C jest zawarta w pewnej płaszczyźnie.

Zadanie 4. Sparametryzuj część wspólną sfery o promieniu 2 i walca obrotowego o promieniu 1 przechodzącego przez środek sfery. Dokładniej: znajdź krzywą parametryczną, której obrazem jest opisany powyżej zbiór. Pod jakim kątem otrzymana krzywa parametryczna (zwana krzywą Vivianiego) przecina się sama ze sobą? Znajdź krzywiznę tej krzywej, jej skręcenie (inaczej torsję) oraz trójnóg Freneta w dowolnym punkcie.

Geometria Różniczkowa I

Zadania domowe (seria III)

Zadanie 1. Wykaż, że

$$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1.$$

Zadanie 2. Czy zbiór $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 = 2z, y^2 = z\}$ jest zawarty w pewnej płaszczyźnie?

Zadanie 3. Wykaż, że wszystkie proste styczne do krzywej C są równoległe do pewnej płaszczyzny wtedy i tylko wtedy, gdy krzywa C jest zawarta w pewnej płaszczyźnie.

Zadanie 4. Sparametryzuj część wspólną sfery o promieniu 2 i walca obrotowego o promieniu 1 przechodzącego przez środek sfery. Dokładniej: znajdź krzywą parametryczną, której obrazem jest opisany powyżej zbiór. Pod jakim kątem otrzymana krzywa parametryczna (zwana krzywą Vivianiego) przecina się sama ze sobą? Znajdź krzywiznę tej krzywej, jej skręcenie (inaczej torsję) oraz trójnóg Freneta w dowolnym punkcie.