Grupy Kleina

Zadania domowe (seria IX)

Zadanie 1. Wykaż, że $\beta \circ \beta^{-1} = Id$.

Zadanie 2. (**Tw. Ahlforsa o rekurencyjności**) Niech Γ będzie skończenie generowaną grupą Kleina. Wtedy dla każdego zbioru $A \subset \Lambda(\Gamma)$ dodatniej miary istnieje $\gamma \in \Gamma \setminus \{Id\}$ takie, że $A \cap \gamma(A) \neq \emptyset$. Wskazówka: Jeśli nie ma takiego γ, to podobnie jak w dowodzie tw. o skończoności znajdź włożenie przestrzeni funkcji mierzalnych ograniczonych na A w przestrzeń reprezentacji Γ.

Zadanie 3. Przeczytaj dowód tw. Sullivana o sztywności.

Zadanie 4. Wykaż, że przekształcenie obierania σ jest kontrakcją, jeśli grupy podstawowe sklejanych składowych brzegu nie są skończonego indeksu w grupach sklejanych rozmaitości. Łatwiejszy przypadek: sklejane składowe brzegu zwarte. Wskazówka: Przekształcenie quasi–konforemne zwartych powierzchni Riemanna minimalizujące stałą quasi–konforemności jest gładkie poza skończoną liczbą punktów i ma punkty niegładkości, jeśli nie jest konforemne.