Grupy Kleina

Zadania domowe (seria V)

Zadanie 1. (Twierdzenie Koebe o $\frac{1}{4}$) Wykaż, że obraz różnowartościowej funkcji holomorficznej $f\colon D \to \mathbb{C}$ (gdzie $D \subset \mathbb{C}$ jest otwartym dyskiem jednostkowym), zawiera dysk o promieniu $\frac{1}{4}|f'(0)|$ wokół $f(0)$.

Zadanie 2. Wywnioskuj, że obraz różnowartościowej funkcji holomorficznej $f\colon \{\mathrm{Im}\, z > 0\} \to \mathbb{C}$ zawiera dysk o promieniu $\frac{\mathrm{Im}\, z}{2}|f'(z)|$ wokół $f(z)$ (dla każdego z).

Zadanie 3. Udowodnij lemat Ahlforsa dla przypadku pętli α homotopijnej nakłuciu.

Zadanie 4. W powyższym przypadku uzasadnij, że można usunąć z założeń lematu jednospójność Ω_0.

Zadanie 5. Wykaż, że rzutowanie $r\colon \Omega \cup \mathbb{H}^3 \setminus C \to \partial C$ jest ciągłe

Zadanie 6. Wykaż, że rdzeń wypukły grupy, która nie jest grupą Fuchsa, jest rozmaitością topologiczną wymiaru 3 (z brzegiem). Wykaż, że posiada otoczenie ("kołnierzowe") homeomorficzne z nim samym.