

Grupy Kleina

Zadania domowe (seria II)

Zadanie 1. Wykaż, że $PSL(2, \mathbb{Z})$ jest grupą Fuchsa.

Zadanie 2. Wykaż, że jeśli g, h są hiperbolicznymi izometriami \mathbb{H}^n o wspólnym dokładnie jednym punkcie stałym, to grupa generowana przez g, h nie jest dyskretna.

Zadanie 3. Wykaż, że jeśli g jest hiperboliczną izometrią \mathbb{H}^n , a h jest paraboliczną izometrią \mathbb{H}^n o wspólnym punkcie stałym, to grupa generowana przez g, h nie jest dyskretna.

Zadanie 4. Wykaż, że jeśli $G \subset PSL(2, \mathbb{C})$ jest nieelementarną grupą generowaną przez paraboliczne izometrie g, h takie, że gh jest też paraboliczną izometrią, to G jest grupą Fuchsa.

Zadanie 5. Wykaż, że zbiór graniczny jest całą sferą lub jest brzegowy.

Zadanie 6. Wykaż, że każdy skończony zbiór graniczny jest jedno- lub dwu-punktowy.

Zadanie 7. Niech Γ będzie beztorsyjną grupą Kleina. Wykaż, że punkt $z \in \Lambda(\Gamma)$ jest punktem stożkowo granicznym wtw kiedy rzut promienia geodezyjnego o końcu w z na rozmaitość \mathbb{H}^3/Γ przechodzi przez pewien zwarty zbiór nieskończenie wiele razy.

Zadanie 8. Wykaż, że dziedzina fundamentalna Dirichleta spełnia definicję wypukłej wielościennej dziedziny fundamentalnej.