Grupy Kleina

Zadania domowe (seria XI)

Zadanie 1. (Alternatywa Titsa dla Isom($\mathbb{H}^n$).Wykaż, że każda nieelementarna podgrupa dyskretna Isom($\mathbb{H}^n$) zawiera podgrupę wolną F_2.

Zadanie 2. Niech Γ będzie skończenie generowaną grupą, która nie jest wirtualnie abelowa, a ρ_i ciągiem jej wiernych dyskretnych reprezentacji w Isom($\mathbb{H}^n$), które zbiegają algebraicznie do reprezentacji ρ. Wykaż, że ρ jest wierna i dyskretna.

Wskazówki.
(i) Każda grupa liniowa posiada grupę beztorsyjną skończonego indeksu (Lemat Selberga).
(ii) $\rho^{-1}(Id) \subset \Gamma$ jest podgrupą normalną.
(iii) Twierdzenie Zassenhausa.
(iv) Jeśli ρ nie jest dyskretna, rozważ podgrupę Liego $H = \overline{\rho(\Gamma)} \subset \text{Isom}(\mathbb{H}^n)$. Zbadaj przypadki, kiedy składowa spójności H zawierająca 1 jest i nie jest nilpotentna.