Grupy Kleina

Zadania domowe (seria I)

Zadanie 1. Wykorzystując twierdzenie o sferze wykaż, że każda orientowalna rozmaitość hiperboliczna jest nieredukowalna.

Zadanie 2. Skonstruuj metrykę hiperboliczną na dopełnieniu w S^3 węzła ósemki.

Zadanie 3. Skonstruuj metrykę hiperboliczną na dopełnieniu w S^3 linku Whiteheada.

Zadanie 4. Wykaż, że dla każdej nieredukowalnej zwartej rozmaitości $M \not\cong B^3$ z niepustym brzegiem $H_2(M, \partial M; \mathbb{Z})$ jest nietrywialna.

Zadanie 5. Wykaż, że jeśli $H_2(M, \partial M; \mathbb{Z})$ jest nietrywialna, to M zawiera powierzchnię superniościeśnialną.

Zadanie 6. Rozważmy model przestrzeni hiperbolicznej będący kulą o środku o. Dla izometrii γ nie zachowującej o oznaczamy $I(\gamma) = \{x\colon \gamma'(x) > 0\}, E(\gamma) = \{x\colon \gamma'(x) < 0\}$. Wykaż, że $I(\gamma) = \{x\colon |ox| > |o\gamma(x)|\}, E(\gamma) = \{x\colon |ox| < |o\gamma(x)|\}$. Wykaż, że jeśli Γ jest grupą dyskretną, to dla każdego d Euklidesowa średnica prawie wszystkich $I(\gamma)$, dla $\gamma \in \Gamma$, jest mniejsza niż d.