**3–Rozmaitości, wymagania na egzamin**

- Dowód twierdzenia, że rozmaitość pierwsza jest nieredukowalna lub $S^2 \times S^1$. Dowód twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozkładu na składniki pierwsze.
- Definicja powierzchni nieściesnialnej. Dowód twierdzenia o pętli i lematu Dehna.
- Sformułowanie twierdzenia o sferze. Nakrycia uniwersalne nieredukowalnych rozmaitości o skończonej lub nieskoćzonej grupie podstawowej.
- Atoroidalność. Sformułowanie twierdzenia o rozkładzie JSJ. Rozmaitości Seiferta i ich bazy: orbifoldy. Konstrukcja rozmaitości Seiferta.
- Definicja geometrii modelowej. Geometrie modelowe w wymiarze 2.
- Przykłady 3–rozmaitości niosących geometrię sferyczną, euklidesową i hiperboliczną. Sfera Poincarégo. Przestrzeń Seiferta–Webera. Dopełnienie węzła ósemki.
- Geometrie $S^2 \times \mathbf{R}^1, \mathbf{H}^2 \times \mathbf{R}^1$ i ich zwarte ilorazy. Geometria Sol. Klasyfikacja zwartych rozmaitości niosących geometrię Sol.
- Zadawanie metryki przez koneksję. Geometria Nil. Geometria $\widetilde{PSL(2,\mathbf{R})}$. Dowód stwierdzenia, że dla $(G, X) = \widetilde{PSL(2,\mathbf{R})}$ lub $\mathbf{H}^2 \times \mathbf{R}$ i podgrupy $\Gamma \subset G$ działającej wolno i właściwie na $X$, jej obraz $p(\Gamma)$ działa właściwie na $\mathbf{H}^2$ lub jest wirtualnie abelowy.
- Szkic dowodu twierdzenia, że każda zwarta 3–rozmaitość niesie co najwyżej jedną geometrię. Zależność geometrii od $\chi$ i $e$ dla rozmaitości Seiferta. Sformułowanie twierdzenia Thurstona o istnieniu tylko 8 geometrii modelowych w wymiarze 3. Sformułowania hipotez Thurstona o geometryzacji i hiperbolizacji.
- Definicja grupy Kleina i jej zbioru granicznego. Dowód niezależności $\Lambda(a)$ od $a$. Definicja dziedziny nieciągłości.
- Przykłady grup Kleina. Grupy elementarne. Grupy Fuchsa. Grupy Schottky'ego. Ich zbiory graniczne.

- Promień włożoności. Część cienka i gruba. Tuby i cuspy. Pełny dowód stwierdzenia o postaci części cienkiej z dowodami twierdzeń Zassenhausa oraz Kazhdana–Margulisa.
- Definicje dziedziny fundamentalnej Dirichleta. Podstawowe własności. Przykłady. Definicja geometrycznej skończoności i dowód twierdzenia o równoważności ze zwartością poza rozszerzonymi cuspami.
- Przykład grupy quasifuchsa. Przykład grupy która nie jest geometrycznie skończona pochodzącej z włókna wiązki.
- Sformułowanie i szkic dowodu twierdzenia Mostowa.