3–**Rozmaitości, lista 2**

Zadanie 1. Wykaż, że w $\mathbf{R}^3$ nie ma powierzchni nieściesnialnych.

Zadanie 2. Niech $\Sigma \subset M$ będzie powierzchnią nieściesnialną. Wykaż, że M jest nieredukowalna wtw kiedy $M - \Sigma$ jest nieredukowalna.

Zadanie 3. Wykaż, że każdą klasę w $H_2(M; \mathbf{Z})$ dla zamkniętej 3–rozmaitości M możemy reprezentować przez włożoną orientowalną powierzchnię $\Sigma \subset M$, której składowe zadają włożenia na grupach podstawowych.

Zadanie 4. Wykaż, że ranga obrazu odwzorowania $H_2(M, \partial M; \mathbf{Z}) \to H_1(\partial M; \mathbf{Z})$ jest równa połowie rangi $H_1(\partial M; \mathbf{Z})$.

Zadanie 5. Wykaż, że 3–rozmaitość pierwsza o grupie podstawowej $\mathbf{Z}$ jest homeomorficzna albo z $S^1 \times S^2$ albo z $S^1 \times D^2$.

Zadanie 6. Wykaż, że zamknięta jednospójna 3–rozmaitość jest homotopijnie równoważna z S^3.