3–Rozmaitości, lista 1

Zadanie 1. Wykaż, że następujące definicje przestrzeni soczewkowej $L_{p,q}$ są równoważne:

1. 3–rozmaitość otrzymana ze sfery jednostkowej w $\mathbf{C}^2$ przez działanie grupy $\mathbf{Z}_q$ generowanej przez obrót $(z_1, z_2) \to (e^{2\pi i \frac{1}{q}} z_1, e^{2\pi i \frac{p}{q}} z_2)$
2. na brzegu S^2 kuli B^3 dokonujemy następującego utożsamienia: każdy punkt górnej półsfery utożsamiamy z punktem dolnej półsfery otrzymanym z wyjściowego punktu przez symetrię względem równika oraz obrót wokół osi biegunów o kąt $2\pi \frac{p}{q}$
3. sklejamy 2 pełne torusy $D^2 \times S^1$ wzdłuż brzegu odwzorowaniem posyłającym ∂D^2 jednego torusa w okrąg o nachyleniu $\frac{p}{q}$, gdzie S^1 ma nachylenie 0 a ∂D^2 ma nachylenie ∞

Zadanie 2. Wykaż, że jeśli nakrycie 3–rozmaitości M jest nieredukowalne, to M też jest nieredukowalna.

Zadanie 3. Znajdź 3–rozmaitość, która posiada pierwsze nakrycie ale sama nie jest pierwsza.

Zadanie 4. Znajdź przykład nieorientowalnej rozmaitości nieredukowalnej o redukowalnym nakryciu.

Zadanie 5. Wykaż, że dla zwartej 3–rozmaitości M istnieje ograniczenie na wielkość systemu rozłącznych sfer w M, wśród którego składowych dopełnienia nie ma kuli ani $S^1 \times I$.