3–Rozmaitości, kolokwium 1
29 marca, 13:15-14:45

O ile nie powiedziano inaczej, wszystkie rozmaitości są spójne, zwarte i orientowalne.

Zadanie 1. Wykaż, że w nieredukowalnej rozmaitości M z nieściśnialną powierzchnią Σ, dla każdego włożonego dysku $h\colon D \to M$ o własności $h(D) \cap \Sigma = h(\partial D)$ istnieje homotopia $H\colon D \times I \to M$ taka, że $H(\cdot, 0) = h,\ H(\cdot, 1) \subset \Sigma$ oraz H jest stała na $(x, \cdot)$ dla każdego $x \in \partial D$.

Zadanie 2. Wykaż, że jednospójna 3–rozmaitość z niepustym spójnym brzegiem jest ściągalna.

Zadanie 3. Podaj przykład jednodnostronnej nieorientowalnej powierzchni Σ bez dysków ściesniających w orientowalnej 3–rozmaitości M dla której $\pi_1(\Sigma) \to \pi_1(M)$ nie jest włożeniem.

Zadanie 4. Rozważ orbifold $\theta = (\Sigma, X)$, gdzie Σ jest sferą, a X składa się z czterech punktów o krotnościach $2, 2, 2, 2$. Oblicz $\chi(\theta)$. Wykaż, że $\pi_1(\theta)$ zawiera podgrupę skończonego indeksu izomorficzną z $\mathbf{Z}^2$.